ثانوية
سلمان الفارسي
بنين

الثاني عشر علمي

الرياضيات

اسئلة اختبارات
وإجاباتها النموذجية

2023/2022

الفترة الأولى

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل فى كل منها

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد

$$\lim_{x\to2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

(8 درجات)

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f

حيث $f(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$ **(7 درجات)**

الحل :

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \leq -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن : $g(x) = x^2 + 1$, $f(x) = \frac{2x+1}{x} \quad (x \neq 0)$

أوجد **1)** باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)'(x)$

2) $(f \circ g)'(1)$

(7 درجات)

الحل:

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - cosx}$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1, 1)$

(8 درجات)

الحل :

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 9}{x - 3} & : x > 3 \\ 7 & : x \leq 3 \end{cases}$$

(6 درجات)

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 3$

الحل :

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي : **(9 درجات)**

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$

(2) الدالة f : $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{x+3}$ يساوي :

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 1 ⓓ 0

(5) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2 - 3$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي

ⓐ -1 ⓑ -4

ⓒ 1 ⓓ 4

(6) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

ⓐ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ ⓑ $(5, \infty)$ ⓒ R ⓓ $(-5, 5)$

(7) إذا كانت الدالة $y = \frac{1}{x} + 5\,sinx$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

ⓐ $-\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$

ⓑ $\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$

ⓒ $-\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$

ⓓ $\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$

---

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإن الدالة f :

ⓐ متزايدة على مجال تعريفها

ⓑ متناقصة على مجال تعريفها

ⓒ متزايدة على الفترة $(-\infty\,, 0)$ فقط

ⓓ متناقصة على الفترة $(0\,, \infty)$ فقط

---

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0\,, 2)$ هو

ⓐ 3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 2

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c\,, f(c))$: نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f''(c) = 0$

ⓑ $f'(c) = 0$

ⓒ $f(c) = 0$

ⓓ $f''(c)$ غير موجودة

انتهت الأسئلة

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابـــــــة			
(1)			ⓑ	ⓐ
(2)			ⓑ	ⓐ
(3)			ⓑ	ⓐ
(4)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓐ
(5)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓐ
(6)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓐ
(7)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓐ
(8)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓐ
(9)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓐ
(10)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	ⓐ

لكل بند درجة واحدة فقط

$\frac{\quad}{10}$

دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

a) أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$ (8 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\times\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x-3}+1}$$ 1

$$=\frac{2x-3-1}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$ 1

$$=\frac{2(x-2)}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$ $\frac{1}{2}$

$$=\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}\quad,\qquad x\neq 2$$ $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 2}(2x-3)=1\ ,\qquad 1>0$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)=\lim_{x\to 2}\sqrt{2x-3}+\lim_{x\to 2}1$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+1=1+1=2\ ,\qquad 2\neq 0$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$=\frac{\lim\limits_{x\to 2}2}{\lim\limits_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}=\frac{2}{2}=1$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد معادلة المماس عند النقطة $\left(1,\frac{2}{3}\right)$ لمنحنى الدالة f

حيث $f(x)=\frac{x^3+1}{x^2+2}$ **(7 درجات)**

الحل :

نوجد f' عند $x=1$

$$f'(x)=\frac{(x^2+2)(x^3+1)'-(x^3+1)(x^2+2)'}{(x^2+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{(x^2+2)(3x^2)-(x^3+1)(2x)}{(x^2+2)^2}$$ 3

ومنه الميل : $$f'(1)=\frac{(1^2+2)(3(1)^2)-(1^3+1)\big(2(1)\big)}{(1^2+2)^2}=\frac{5}{9}$$ $1+1$

معادلة المماس :

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

$$y-f(1)=f'(1)(x-1)$$ 1

$$y-\frac{2}{3}=\frac{5}{9}(x-1)$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$y=\frac{5}{9}x-\frac{5}{9}+\frac{2}{3}$$

$$y=\frac{5}{9}x+\frac{1}{9}$$

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) ادرس اتصال الدالة f على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x+3 & : x \le -1 \\ \dfrac{4}{x+3} & : x > -1 \end{cases}$$

(8 درجات)

الحل :

مجال الدالة f: $D_f = (-\infty, -1] \cup (-1, \infty) = \mathbb{R}$ — $\frac{1}{2}$

ندرس اتصال الدالة f على مجالها :

نفرض : $g(x) = x + 3$ — $\frac{1}{2}$

g دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ — $\frac{1}{2}$

$\because f(x) = g(x) \quad \forall\, x \in (-\infty\,, -1]$

$\therefore$ f متصلة على $(-\infty\,, -1]$ .... (1) — 1

نفرض $h(x) = \dfrac{4}{x+3}$

h دالة حدودية نسبية متصلة لكل $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ — $\frac{1}{2}$

$\because f(x) = h(x) \quad \forall\, x \in (-1\,, \infty)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ f متصلة على $(-1\,, \infty)$ .... (2) — 1

ندرس اتصال الدالة f عند $x = -1$ من جهة اليمين

$f(-1) = 2$ — $\frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to-1^+} \dfrac{4}{x+3} = 2$ حيث نهاية المقام $\neq 0$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\because f(-1) = \lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$ — 1

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x = -1$ من جهة اليمين .... (3) — $\frac{1}{2}$

من $(1), (2), (3)$

$\therefore$ الدالة f متصلة على الفترة $(-\infty\,, \infty)$ — $\frac{1}{2}$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن : $g(x) = x^2 + 1$, $(x \neq 0)$ $f(x) = \dfrac{2x+1}{x}$

أوجد 1) باستخدام قاعدة السلسلة $(f \circ g)'(x)$

2) $(f \circ g)'(1)$ **(7 درجات)**

الحل:

$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	$\frac{1}{2}$
$f'(x) = \dfrac{2x - (2x+1)}{x^2} = \dfrac{-1}{x^2}$, $g'(x) = 2x$	$1 + 1$
$f'(g(x)) = f'(x^2+1) = \dfrac{-1}{(x^2+1)^2}$	1
$\therefore (f \circ g)'(x) = \dfrac{-1}{(x^2+1)^2} \cdot 2x$	1
$= \dfrac{-2x}{(x^2+1)^2}$	1
$(f \circ g)'(1) = = \dfrac{-2(1)}{((1)^2+1)^2} = \dfrac{-2}{4} = \dfrac{-1}{2}$	$1 + \frac{1}{2}$

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد $\lim_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x}$

(7 درجات)

الحل :

$\lim_{x\to 0} \dfrac{x^2}{1-\cos x} = \lim_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2}{1-\cos x}\cdot\dfrac{1+\cos x}{1+\cos x}\right)$	1
$= \lim_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x}\right)$	1
$= \lim_{x\to 0}\left(\dfrac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim_{x\to 0}\left(\left(\dfrac{x^2}{\sin^2 x}\right)\cdot(1+\cos x)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim_{x\to 0}\left(\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot(1+\cos x)\right)$	$\frac{1}{2}$
$= \lim_{x\to 0}\left(\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot \lim_{x\to 0}(1+\cos x)$	$\frac{1}{2}$
$= \left(\lim_{x\to 0}\dfrac{x}{\sin x}\right)^2\cdot\left(\lim_{x\to 0}(1)+\lim_{x\to 0}\cos x\right)$	$1\frac{1}{2}$
$= (1)^2 \times (1+1)$	1
$= 1 \times 2 = 2$	$\frac{1}{2}$

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

تابع السؤال الثالث :

(b) للمنحنى الذي معادلته $x^2 - y^2 + yx - 1 = 0$

أوجد y' ثم أوجد ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة $(1 , 1)$

(8 درجات)

الحل :

$2x - 2\,y\,y' + y + x\,y' - 0 = 0$	3
$-2\,y\,y' + x\,y' = -2x - y$	1
$y'(-2\,y + x) = -2x - y$	1
$y' = \dfrac{-2x - y}{x - 2\,y}$	1
بالتعويض بـ $(1,1)$ $\quad y' = \dfrac{-2(1) - (1)}{(1) - 2\,(1)} = \dfrac{-3}{-1} = 3$	1 + 1

∴ميل المماس = 3

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{x-3} & : x>3 \\ 7 & : x\le 3 \end{cases}$$

(6 درجات)

ابحث اتصال الدالة f عند $x=3$

<u>الحل :</u>

$f(3)=7$	$\frac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-} 7=7$	1
$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x^2-9}{x-3}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{(x-3)(x+3)}{x-3}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to 3^+}(x+3)=3+3=6$	$\frac{1}{2}$
$\because \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)\neq \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$	1
$\therefore \lim\limits_{x\to 3} f(x)$ ليست موجودة	1
$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x=3$	1

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$

أوجد كلا مما يلي : **(9 درجات)**

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1) $\because$ f دالة كثيرة حدود

$\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة : $f'(x) = 3x^2 - 12$ $\frac{1}{2}$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$ $\frac{1}{2}$

$x = 2 \;\; , x = -2$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي :

$(-2, f(-2)) = (-2, 11)$ $\frac{1}{2}$

$(2, f(2)) = (2, -21)$ $\frac{1}{2}$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

$-\infty \qquad -2 \qquad 2 \qquad \infty$

$(2,\infty)$	$(-2,2)$	$(-\infty,-2)$	الفترات	$\frac{1}{2}$
$+++$	$---$	$+++$	إشارة f'	1
متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	سلوك الدالة f	$\frac{1}{2}$

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty, -2)$ ، الفترة $(2, \infty)$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

و متناقصة على الفترة $(-2,2)$ $\frac{1}{2}$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي $f(-2) = 11$ 1

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي $f(2) = -21$ 1

وزارة التربية كنترول الثانوية العامة

التواجيه الفنية للمواد الدراسية

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل في ورقة الاجابة ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$

(2) الدالة f : $f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x-1}}{x^2}$ متصلة عند $x = 3$

(3) أصغر محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ هو $16\ cm$

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x}{x+3}$ يساوي :

ⓐ ∞ ⓑ $-\infty$ ⓒ 1 ⓓ 0

(5) لتكن الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2+7}$ ، g : $g(x) = x^2-3$ فإن $(f\circ g)(0)$ يساوي

ⓐ -1 ⓑ -4

ⓒ 1 ⓓ 4

(6) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على :

ⓐ $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ ⓑ $(5, \infty)$ ⓒ R ⓓ $(-5, 5)$

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

(7) إذا كانت الدالة $y = \frac{1}{x} + 5\,sinx$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

ⓐ $-\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$

ⓑ $\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$

ⓒ $-\frac{1}{x^2} + 5\,cosx$

ⓓ $\frac{1}{x^2} - 5\,cosx$

---

(8) إذا كانت f' : $f'(x) = -x^2$ ، فإن الدالة f :

ⓐ متزايدة على مجال تعريفها

ⓑ متناقصة على مجال تعريفها

ⓒ متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ فقط

ⓓ متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ فقط

---

(9) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0, 2)$ هو

ⓐ 3 ⓑ 0 ⓒ 1 ⓓ 2

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، : $(c, f(c))$ نقطة انعطاف لها فإن:

ⓐ $f''(c) = 0$

ⓑ $f'(c) = 0$

ⓒ $f(c) = 0$

ⓓ $f''(c)$ غير موجودة

انتهت الأسئلة

إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابـــــــــة			
(1)			[✓ ⓑ]	ⓐ
(2)			ⓑ	[✓ ⓐ]
(3)			ⓑ	[✓ ⓐ]
(4)	ⓓ	[✓ ⓒ]	ⓑ	ⓐ
(5)	[✓ ⓓ]	ⓒ	ⓑ	ⓐ
(6)	ⓓ	ⓒ	[✓ ⓑ]	ⓐ
(7)	ⓓ	[✓ ⓒ]	ⓑ	ⓐ
(8)	ⓓ	ⓒ	[✓ ⓑ]	ⓐ
(9)	ⓓ	[✓ ⓒ]	ⓑ	ⓐ
(10)	ⓓ	ⓒ	ⓑ	[✓ ⓐ]

لكل بند درجة واحدة فقط

10

وزارة التربية
كنترول الثانوية العامة
التواجيه الفنية للمواد الدراسية

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان: 11 صفحة)
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن جميع أسئلة المقال موضحا خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1 - cosx}$$

الحل :

تابع السؤال الأول : (7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد (7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$

(7 درجات)

الحل :

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تتنبأ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل : (7 درجات)

محذوف

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f :
$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : \quad x \leq 2 \\ 4x-3 & : \quad x > 2 \end{cases}$$
دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : $n = 20 \ , \quad \bar{x} = 40 \ , \quad S = 7$ (6 درجات)

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{|2x-3|} = \dfrac{1}{2}$

(2) إذا كانت $y = 5\cot\left(\dfrac{2}{x}\right)$ فإن $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{10}{x^2}\csc^2\left(\dfrac{2}{x}\right)$

~~**(3)** أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته $y = 12 - x^2$ ، هي $24\ units^2$~~

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $(b)\ -3$ $(c)\ 0$ $(d)\ 9$

(6) لتكن الدالة f : $g(x) = x^2 - 3, f(x) = \sqrt{x^2+7}$ فإن $(f \circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 4$ $(d)\ -4$

(7) إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\ ,\ b$ هي

$(a)\ a = 0\ , b = 6$ $(b)\ a = 0\ , b = -6$

$(c)\ a = 6\ , b = 0$ $(d)\ a = -6\ , b = 0$

(8) الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right)$ $(b)\ (5, \infty)$ $(c)\ R$ $(d)\ (-5,5)$

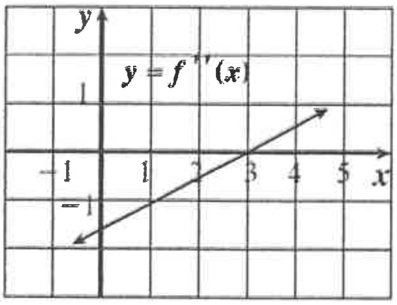
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

$(a)\ f(x) = x^3 + 5x$ $\qquad$ $(b)\ f(x) = 4x^2 - 2x^4$

$(c)\ f(x) = x^3$ $\qquad$ $(d)\ f(x) = (x-2)^4$

---

(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرا للاسفل في الفترة



$(a)\ (-\infty,3)$ $\qquad$ $(b)\ (3,\infty)$

$(c)\ (-1,4)$ $\qquad$ $(d)\ (3,5)$

---

(11) الدالة k : $k(x) = -|x^2 - 4|$ لها

معلق

(a) نقطتان حرجتان فقط $\qquad$ (b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة $\qquad$ (d) ليس أيا مما سبق

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب $\qquad$ (b) ركن

(c) مماس عمودي $\qquad$ (d) غير متصلة

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

$(a)\ -5$ $\qquad$ $(b)\ \frac{-1}{5}$ $\qquad$ $(c)\ \frac{1}{5}$ $\qquad$ $(d)\ 5$

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو

$(a)\ \{1\}$ $\qquad$ $(b)\ [1,\infty)$ $\qquad$ $(c)\ \mathbb{R}$ $\qquad$ $(d)\ \mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

دولة الكويت

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات
المجال الدراسي الرياضيات

(عدد صفحات الامتحان:11 صفحة)
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
العام الدراسي 2019/ 2020 م

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي

القسم الأول – أسئلة المقال

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^2}{1-\ cosx}$ (7 درجات)

الحل :

$$\lim_{x\to0} \frac{x^2}{1-\ cosx} = \lim_{x\to0}\left(\frac{x^2}{1-\ cosx}\cdot\frac{1+cosx}{1+\ cosx}\right)$$ 1

$$= \lim_{x\to0}\left(\frac{x^2(1+cosx)}{1-\ cos^2x}\right)$$ 1

$$= \lim_{x\to0}\left(\frac{x^2(1+cosx)}{sin^2x}\right)$$ $\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x\to0}\left(\left(\frac{x^2}{sin^2x}\right)\cdot(1+cosx)\right)$$ $\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x\to0}\left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot(1+cosx)\right)$$ $\frac{1}{2}$

$$= \lim_{x\to0}\left(\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot \lim_{x\to0}(1+cosx)$$ $\frac{1}{2}$

$$= \left(\lim_{x\to0}\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot\left(\lim_{x\to0}(1)+\ \lim_{x\to0}cosx\right)$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$= \quad (1)^2 \quad \times \quad (1+1)$$ 1

$$= \quad 1 \quad \times \quad 2 \quad = 2$$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الأول :

(7 درجات)

(b) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 0$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 3x}{|x|} & : x \neq 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$

الحل :

$$\frac{x^2 - 3x}{|x|} = \begin{cases} \dfrac{x(x-3)}{x} & : x > 0 \\ \dfrac{x(x-3)}{-x} & : x < 0 \end{cases}$$ 1

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x - 3 & : x > 0 \\ -x + 3 & : x < 0 \\ -3 & : x = 0 \end{cases}$$ 1

$$f(0) = -3$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x - 3) = -3$$ 1

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} (-x + 3) = 3$$ 1

$$\because \lim_{x \to 0^+} f(x) \neq \lim_{x \to 0^-} f(x)$$ 1

$\therefore \lim_{x \to 0} f(x)$ ليست موجودة 1

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = 0$ 1

الكنترول العلمي – وزارة التربية – CONTROL

وزارة التربية – التوجيه الفني العام للرياضيات

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$ (7 درجات)

الحل:

بفرض أن $f(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}$

$$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2x-4}}=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}}$$ 1

$$=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

عندما $x>0$ يكون $|x|=x$

$$=\frac{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

بشرط $x\neq 0$

$$=\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}-\lim_{x\to\infty}\frac{4}{x^2}$$ $\frac{1}{2}$

$$=1+0-0=1\quad ,\ 1>0$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}\right)}=\sqrt{1}=1\quad ,1\neq 0$$ 1

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}1-\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}=1-0=1$$ $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}-\frac{4}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$$=\frac{1}{1}=1$$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $y = \frac{8}{4+x^2}$ عند $x = 2$ (7 درجات)

الحل :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{8}{4+x^2}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$ 2

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \left[\frac{-16x}{(4+x^2)^2}\right]_{x=2} = \frac{-16(2)}{(4+(2)^2)^2} = \frac{-1}{2}$$ 1

ميل المماس لمحنى الدالة يساوي $\frac{-1}{2}$ 1

$$\because x = 2 \quad , \quad \therefore y = \frac{8}{4+(2)^2} = 1$$ 1

معادلة المماس لمحنى الدالة : $y - y_1 = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} \cdot (x - x_1)$ 1

$$y - 1 = \left(\frac{-1}{2}\right)(x - 2)$$ 1

$$y - 1 = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$y = \frac{-1}{2}x + 2$$

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^3 - 12x - 5$ (7 درجات)

أوجد كلا مما يلي :

(1) النقاط الحرجة للدالة

(2) الفترات التي تكون الدالة f متزايدة أو متناقصة عليها

(3) القيم القصوى المحلية

الحل :

(1) $\because$ f دالة كثيرة الحدود

$\therefore$ f متصلة و قابلة للاشتقاق عند كل x : $x \in \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

نوجد النقاط الحرجة :

$f'(x) = 3x^2 - 12$ $\frac{1}{2}$

$f'(x) = 0$

$3x^2 - 12 = 0 \Longrightarrow 3(x-2)(x+2) = 0$ $\frac{1}{2}$

$x = 2 \quad , x = -2$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$\therefore$ النقاط الحرجة هي :

$(-2, f(-2)) = (-2,11)$ $\frac{1}{2}$

$(2, f(2)) = (2,-21)$ $\frac{1}{2}$

(2) نكون الجدول لدراسة إشارة f'

$-\infty \qquad -2 \qquad 2 \qquad \infty$

$(2,\infty)$	$(-2,2)$	$(-\infty,-2)$	الفترات
$+++$	$---$	$+++$	إشارة f'
متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	سلوك الدالة f

1

الدالة متزايدة على الفترة $(-\infty,-2)$ و الفترة $(2,\infty)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

و متناقصة على الفترة $(-2,2)$ $\frac{1}{2}$

(3) توجد قيمة عظمى محلية عند $x = -2$ و هي $f(-2) = 11$ $\frac{1}{2}$

توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 2$ و هي $f(2) = -21$ $\frac{1}{2}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الثالث :

(b) بين أن الدالة f : $f(x) = x + \frac{1}{x}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ ثم أوجد قيمة c التي تتنبأ به النظرية ، فسر اجابتك

الحل : **(7 درجات)**

لتكن الدالة g : $g(x) = x$

الدالة g دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ — $\frac{1}{2}$

الدالة h : $h(x) = \frac{1}{x}$

الدالة h حدودية نسبية متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$ — $\frac{1}{2}$

∴ دالة الجمع f حيث $f(x) = g(x) + h(x)$ هي دالة متصلة على $\mathbb{R} - \{0\}$ — $\frac{1}{2}$

∴ الدالة f متصلة على $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ و قابلة للاشتقاق على $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ — $\frac{1}{2}$

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ — $\frac{1}{2}$

∴ يوجد على الأقل $c \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ بحيث $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ — $\frac{1}{2}$

$$= \frac{f(2) - f(\frac{1}{2})}{2 - \frac{1}{2}}$$

$$f(2) = \frac{5}{2} \quad , f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$ — $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} \longrightarrow f'(c) = 1 - \frac{1}{c^2}$$ — $\frac{1}{2}$

$$1 - \frac{1}{c^2} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \longrightarrow \quad 1 - \frac{1}{c^2} = 0 \qquad \therefore c^2 = 1 \Longrightarrow c = \pm 1$$ — 1

$$c = 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right) \ , \qquad c = -1 \notin \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$ — 1

التفسير: يوجد مماس لمنحنى الدالة f عند $x = 1$ يوازي القاطع المار بالنقطتين $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ، $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ — $\frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) لتكن الدالة f : $f(x)=\begin{cases} x^2+1 & : \ x\le 2 \\ 4x-3 & : \ x>2 \end{cases}$ دالة متصلة على مجالها

أوجد $f'(x)$ إن أمكن (8 درجات)

الحل :

مجال الدالة : $D_f=(-\infty,2]\cup(2,\infty)=\mathbb{R}$	$\frac{1}{2}$
$f'(x)=\begin{cases} 2x & : \ x<2 \\ \text{تبحث} & : \ x=2 \\ 4 & : \ x>2 \end{cases}$	$\frac{1}{2}$
$f(2)=2^2+1=5$	$\frac{1}{2}$
$f'_-(2)=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ (إن وجدت)	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x^2+1-5}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{x^2-4}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^-}(x+2)=4$	1
$f'_+(2)=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ (إن وجدت)	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{4x-3-5}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{4x-8}{x-2}$	$\frac{1}{2}$
$=\lim\limits_{x\to2^+}\frac{4(x-2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2^+}4=4$	1
$f'_-(2)=f'_+(2)=4$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'(2)=4$	$\frac{1}{2}$
$\therefore f'(x)=\begin{cases} 2x & : x\le 2 \\ 4 & : x>2 \end{cases}$	$\frac{1}{2}$

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الرابع:

(b) إذا كانت : $S = 7$, $\bar{x} = 40$, $n = 20$ **(6 درجات)**

اختبر الفرض بأن $\mu = 35$ عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$

الحل :

$n = 20$, $\bar{x} = 40$, $S = 7$

(1) صياغة الفروض :

$H_0: \mu = 35$ مقابل $H_1: \mu \neq 35$ $\frac{1}{2}$

(2) $\because$ σ غير معلومة ، $n < 30$ $\frac{1}{2}$

نستخدم المقياس الاحصائي t : $t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$ $\frac{1}{2}$

$t = \frac{40 - 35}{\frac{7}{\sqrt{20}}} \approx 3.194$ $1\frac{1}{2}$

(3) $\because n = 20$ درجات الحرية $n - 1 = 20 - 1 = 19$ $\frac{1}{2}$

مستوى المعنوية α : $\because \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t : $\therefore t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.093$ $\frac{1}{2}$

(4) **منطقة القبول هي : $(-2.093 , 2.093)$** $\frac{1}{2}$

(5) **اتخاذ القرار الإحصائي : $\because 3.194 \notin (-2.093 , 2.093)$** $\frac{1}{2}$

$\therefore$ القرارنرفض فرض العدم $\mu = 35$ و نقبل الفرض البديل $\mu \neq 35$ $\frac{1}{2}$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

القسم الثاني: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل في ورقة الاجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خـاطئـة

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{|2x-3|} = \dfrac{1}{2}$

(2) إذا كانت $y = 5\,cot\left(\dfrac{2}{x}\right)$ فإن $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{10}{x^2} csc^2\left(\dfrac{2}{x}\right)$

~~**(3)** أكبر مساحة لمستطيل قاعدته على محور السينات و رأساه العلويان على القطع المكافئ الذي معادلته $y = 12 - x^2$ ، هي $24\ \text{units}^2$~~

(4) إن القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ لدرجة الثقة 96% هي 2.055

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}$ يساوي

$(a)\ -9$ $(b)\ -3$ $(c)\ 0$ $(d)\ 9$

(6) لتكن الدالة f : $g(x) = x^2-3, f(x) = \sqrt{x^2+7}$ فإن $(f\circ g)(0)$ يساوي

$(a)\ 1$ $(b)\ -1$ $(c)\ 4$ $(d)\ -4$

(7) إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{ax^2+bx+3}{2x+5} = 3$ فإن قيم $a\ ,\ b$ هي

$(a)\ \ a=0\,,b=6$ $(b)\ \ a=0\,,b=-6$

$(c)\ \ a=6\,,b=0$ $(d)\ \ a=-6\,,b=0$

(8) الدالة f : $f(x) = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

$(a)\ \left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right)$ $(b)\ (5,\infty\,)$ $(c)\ R$ $(d)\ (-5,5\,)$

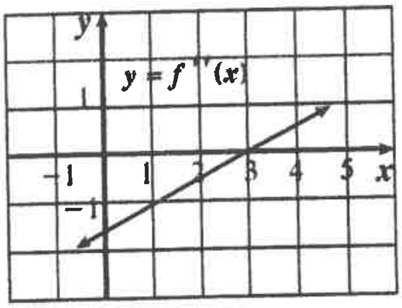
(9) أي من الدوال التالية ليس لها نقطة انعطاف

$(a)\quad f(x) = x^3 + 5x$

$(b)\quad f(x) = 4x^2 - 2x^4$

$(c)\quad f(x) = x^3$

$(d)\quad f(x) = (x-2)^4$



(10) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعرا للاسفل في الفترة

$(a)\quad (-\infty, 3)$

$(b)\quad (3, \infty)$

$(c)\quad (-1,4)$

$(d)\quad (3,5)$

---

(11) الدالة k : $k(x) = -|x^2 - 4|$ لها

معلق

(a) نقطتان حرجتان فقط

(b) قيمة صغرى مطلقة

(c) قيمة عظمى مطلقة

(d) ليس أيا مما سبق

---

(12) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للاشتقاق عند $x = 0$ و السبب هو

(a) ناب

(b) ركن

(c) مماس عمودي

(d) غير متصلة

---

(13) ميل الخط العمودي على المماس (الناظم) عند النقطة $A(3,2)$ على منحنى : $x^2 - y^2 - 2xy = -7$ هو

$(a)\ -5$

$(b)\ \dfrac{-1}{5}$

$(c)\ \dfrac{1}{5}$

$(d)\ 5$

---

(14) لتكن الدالة f: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & : \ x \geq 1 \\ 4x - 1 & : \ x < 1 \end{cases}$ فإن مجال $f\,'$ هو

$(a)\ \{1\}$

$(b)\ [1, \infty)$

$(c)\ \mathbb{R}$

$(d)\ \mathbb{R} - \{1\}$

انتهت الأسئلة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

(1)	(a)	■	(c)	(d)
(2)	■	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	■	(c)	(d)
(4)	■	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	■
(6)	(a)	(b)	■	(d)
(7)	■	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	■	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	■
(10)	■	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	■	(d)
(12)	(a)	■	(c)	(d)
(13)	■	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	■	(d)

14

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 13 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد (6 درجات)

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

تابع السؤال الأول : (8 درجات)

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \;,\; g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0,1)$

14

السؤال الثاني :

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1 , 1]$

تابع السؤال الثاني: (7 درجات)

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن $y' = (y\,.\,cscx)^2$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

(8 درجات)

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بيانها

(9 درجات)

تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن **فإذا** كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

---

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3$

---

(2) إذا كانت $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$ فإن $a = -3\ ,\ b = -2$

---

(3) الدالة f : $f(x) = x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall\, x \in \mathbb{R}$

---

(4) الدالة f: $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1\,,2]$

معلق

ثانياً : في البنود (5 - 14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2x-1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\dfrac{3}{2}$ $\qquad$ $(b)\ \dfrac{3}{2}$ $\qquad$ $(c)\ -3$ $\qquad$ $(d)\ 3$

---

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{x}$ عند $x = -2$ هي :

$(a)\ -2$ $\qquad$ $(b)\ \dfrac{-1}{2}$ $\qquad$ $(c)\ \dfrac{1}{2}$ $\qquad$ $(d)\ 2$

---

(7) للدالة f : $f(x) = -3x+1$ قيمة عظمى مطلقة في $[0,3]$ عند

(a) $x=3$ (b) $x=1$ (c) $x=0$ (d) $x=-8$

---

(8) الدالة f : $f(x)=\frac{x+1}{25-x^2}$ متصلة على :

(a) $\mathbb{R}$ (b) $[-5,5]$

(c) $\mathbb{R}\setminus\{-5,5\}$ (d) $(-\infty,25)$

---

(9) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x=-2$ وكانت $\lim_{x\to-2}(x^2+f(x))=7$ ، فإن $f(-2)$ تساوي :

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 11

---

(10) إذا كان $x^2+y^2=25$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\frac{x}{y}$ (b) $\frac{-x}{y}$ (c) $2x+2y$ (d) $-x$

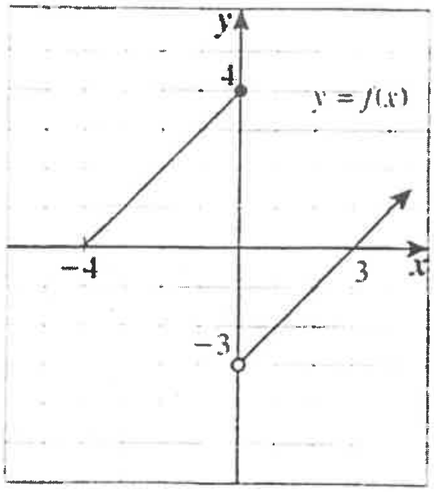
---

(11) عدد النقاط الحرجة للدالة : $y=3x^2-9x-4$ على الفترة $(-2,0)$ هو :

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0

---

(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة f فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



(a) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 4$

(b) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 4$

(c) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -3$

(d) $\lim_{x\to 0} f(x) = -3$

---

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً للأسفل في $(-1\,,1)$:

(a) $f(x) = x^3$

(b) $f(x) = -x^3$

(c) $f(x) = x^2$

(d) $f(x) = -x^2$

---

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة $(-1.96\,,1.96)$ فإن قيمة الإختبار Z يمكن أن تكون :

(a) -2.5 (b) -2 (c) 1.5 (d) 1.99

انتهت الأسئلة

دولة الكويت
وزارة التربية
نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م
المجال الدراسي : الرياضيات　　الزمن : ساعتان و45 دقيقة　　الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

14

(a) أوجد

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

(6 درجات)

الحل :

عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$	$1 + \frac{1}{2}$
$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$= \frac{x+4}{x} \quad , \quad x \neq 2$	$\frac{1}{2}$
$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x\to 2} \frac{x+4}{x}$	$\frac{1}{2}$
$\because \lim_{x\to 2} x = 2 \quad , \quad 2 \neq 0$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\therefore \lim_{x\to 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x\to 2}(x+4)}{\lim_{x\to 2} x}$	$\frac{1}{2}$
$= \frac{2+4}{2} = 3$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(8 درجات)

(b) إذا كانت : $f(x) = 2x + 1 \quad , \quad g(x) = x^3$

(1) أوجد $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند النقطة $A(0\,,1)$

الحل :

(1)

$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)).f'(x)$ 1

$g'(x) = 3x^2$ 1

$g'(f(x)) = 3\,(2x+1)^2$ 1

$f'(x) = 2$ 1

$(g \circ f)'(x) = 3(2x+1)^2 \;(\,2\,)$

$= 6\,(2x+1)^2$ 1

(2) ميل المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند $x = 0$

$(g \circ f)'(0) = 6(0+1)^2 = 6$ 1

∴ معادلة المماس هي :

$y - y_1 = m\,(x - x_1)$ $\frac{1}{2}$

$y - 1 = 6\,(x - 0)$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$6\,x - y + 1 = 0$

لجنة تقدير الدرجات

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

14

السؤال الثاني :

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة f ثم ادرس اتصال الدالة f على $[-1 \ , \ 1]$

الحل :

نفرض أن

$g(x) = x^2 - 7x + 10$ ، $f(x) = \sqrt{g(x)}$ $\frac{1}{2}$

$D_f = \{ x : g(x) \geq 0 \}$ $\frac{1}{2}$

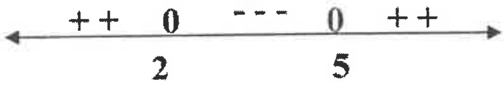
$x^2 - 7x + 10 \geq 0$ $\frac{1}{2}$

المعادلة المناظرة :

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2 \quad , x = 5$ 1



∴ مجال الدالة f هو $(-\infty, 2] \ \cup \ [5 \ , \ \infty)$ 1

لدراسة اتصال الدالة f على $[-1, 1]$

$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$ $\frac{1}{2}$

∵ $[-1, 1]$ مجموعة جزئية من D_f $\frac{1}{2}$

(1) $\therefore \ g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 1]$ 1

(2) الدالة g : $g(x) = x^2 - 7x + 10$ متصلة على $[-1, 1]$ 1

من (1) و (2)

∴ الدالة f متصلة على $[-1 \ , 1]$ $\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني:

(7 درجات)

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن

$$y' = (y \, . cscx)^2$$

الحل :

$$y' = \frac{(\sin x)'\,(\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{cosx\ (sinx + cosx) - sinx\ (cosx - sinx)}{(\sin x + \cos x)^2}$$ $1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$

$$= \frac{cosx\,.sinx + cos^2x - sinx.cosx + sin^2x}{(\sin x + \cos x)^2}$$ 1

$$= \frac{cos^2x + sin^2x}{(\sin x + \cos x)^2}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$ $\frac{1}{2}$

$$(y\,.csc\ x)^2 = \left(\frac{sinx}{(\sin x + \cos x)} \cdot \frac{1}{sinx}\right)^2$$ 1

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$ $\frac{1}{2}$

$$= y'$$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

(8 درجات)

الحل :

$$f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

$$= \frac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)}}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$= \frac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$|x| = x \ : \ x > 0$

$$= \frac{x\left(1-\frac{5}{x}\right)}{x\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}} \quad : \ x \neq 0$$ $\frac{1}{2}$

$$\because \lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{2}{x} - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x^2}$$
$$= 1-0-0 = 1 \qquad ,1 > 0$$ $1+\frac{1}{2}$

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \qquad ,1 \neq 0$$ $1+\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{5}{x} = 1-0 = 1$$ 1

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{5}{x}}{\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}} = \frac{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{5}{x}\right)}{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1$$ $1\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثالث: (6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها $8\ cm$ واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

الحل :

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو x وطول البعد الثاني y

المحيط $= 2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$ $\frac{1}{2}$

$4 = x + y \quad \rightarrow y = 4 - x$ $\frac{1}{2}$

∴ طول البعد الثاني للمستطيل هو $4 - x$

x لا يمكن أن تزيد على 4 أي : $0 < x < 4$ $\frac{1}{2}$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب البعدين

$$s(x) = x\,.(4 - x)$$ $\frac{1}{2}$

$$= 4\,x - x^2$$

$$s'(x) = 4 - 2x$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

نضع $s'(x)$

$$4 - 2x = 0$$

$$x = 2 \quad \in \ (0, 4)$$ $\frac{1}{2}$

∴ $(2\,, s(2))$ نقطة حرجة

$$s''(x) = -2 \quad , \quad -2 < 0$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 2$

∴ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند $x = 2$ $\frac{1}{2}$

∴ البعد الأول للمستطيل هو $x = 2\ cm$

والبعد الثاني هو $4 - x = 4 - 2 = 2\ cm$

∴ المستطيل يصبح مربع لأن بعداه متساويان $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

14

السؤال الرابع:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بيانها

(9 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة الحدود مجالها $\mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 2x^3 = -\infty \\ \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} 2x^3 = \infty\end{array}\right\} \frac{1}{2}$$

نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها

$f'(x) = 6x^2 + 6x$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

نضع $f'(x) = 0$ $\frac{1}{2}$

$6x^2 + 6x = 0$

$6x(x + 1) = 0$

$6x = 0 \rightarrow x = 0$ أو $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

$f(0) = -1$, $f(-1) = 0$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

النقاط الحرجة $(-1 , 0)$, $(0 , -1)$

نكون جدول التغير لدراسة اشارة f'

$-\infty$ -1 0 ∞

الفترات	$(-\infty , -1)$	$(-1 , 0)$	$(0 , \infty)$
اشارة f'	+ + + +	- - - -	+ + + +
سلوك الدالة f	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗

$1\frac{1}{2}$

الدالة f متزايدة في الفترة $(-\infty , -1)$ والفترة $(0 , \infty)$

الدالة f متناقصة في الفترة $(-1 , 0)$

للدالة f قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمة صغرى محلية عند $x = 0$

$f''(x) = 12x + 6$ $\frac{1}{2}$

نضع

$f''(x) = 0$

$12x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1}{2}$ $\frac{1}{2}$

لجنة تقدير الدرجات

$$\overset{-\infty}{\longleftarrow}\quad -\frac{1}{2} \quad\overset{\infty}{\longrightarrow}$$

1

$(-\frac{1}{2},\infty)$	$(-\infty,-\frac{1}{2})$	الفترات
+ + +	− − −	إشارة f''
∪	∩	التقعر

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة $\left(-\infty\,,-\frac{1}{2}\right)$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة $\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

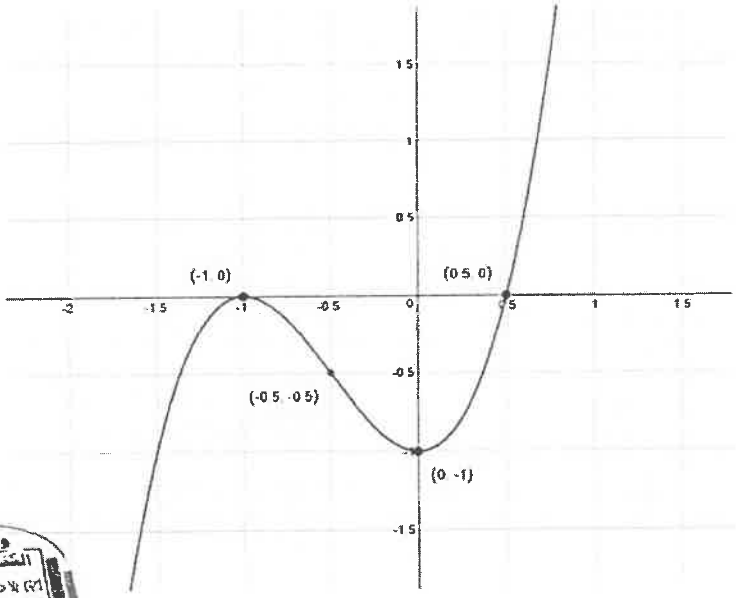
$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ $\therefore\ \left(-\frac{1}{2}\,,-\frac{1}{2}\right)$ نقطة انعطاف

نقاط اضافية

1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	x
4	0	-1	$-\frac{1}{2}$	0	-5	$f(x)$

$1\frac{1}{2}$



تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث $n = 40$ والانحراف المعياري لمجتمع الإناث $\sigma = 12.5$ ، والمتوسط الحسابي للعينة $\bar{x} = 76.3$.

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

1) $\because$ مستوى الثقة 95%

$\therefore$ القيمة الحرجة : نستخدم توزيع $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$ 1

نلاحظ أن σ معلومة

$\because n = 40 \quad , \quad \sigma = 12.5 \quad , \quad \bar{x} = 76.3$

هامش الخطأ هو : $\therefore \mathrm{E} = \mathrm{Z}_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 1

$= (1.96) \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87379$ 1

$\therefore$ هامش الخطأ ≈ 3.8738

2) فترة الثقة هي : $(\bar{x} - E \, , \bar{x} + E \,)$

$= (76.3 - 3.8738 \; , \; 76.3 + 3.8738 \;)$ 2

$= (\, 72.4262 \; , \; 80.1738)$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3$

(2) إذا كانت $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1$ فإن $a = -3 \, , \, b = -2$

(3) الدالة f : $f(x) = x\,|x|$ قابلة للإشتقاق $\forall\, x \in \mathbb{R}$

(4) الدالة f: $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-1 , 2]$

معلق

ثانياً : في البنود (5 -14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{2x - 1}}$ فإن $f'(1)$ تساوي

$(a)\ -\dfrac{3}{2}$ $(b)\ \dfrac{3}{2}$ $(c)\ -3$ $(d)\ 3$

(6) ميل الناظم لمنحنى الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{x}$ عند $x = -2$ هي :

$(a)\ -2$ $(b)\ \dfrac{-1}{2}$ $(c)\ \dfrac{1}{2}$ $(d)\ 2$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	[✓ (a)]	(b)		
(2)	(a)	[✓ (b)]		
(3)	[✓ (a)]	(b)		
(4)	(a)	[✓ (b)]		
(5)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(7)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(8)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(9)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(12)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(14)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة: ....

14

دولة الكويت
وزارة التربية
امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

الحل :

تابع السؤال الأول : **(7 درجات)**

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y} + y = x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

14

السؤال الثانى :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :

تابع السؤال الثاني:

(7 درجات)

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

14

(9 درجات)

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$
ثم ارسم بيانها

الحل :

تابع السؤال الثالث: **(5 درجات)**

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

الحل :

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x)=\sqrt{4-x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2,2]$

(7 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

b) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (2-1) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $$\lim_{x\to0^-}\frac{\sqrt{x^2}\ -\ x}{x} = -2$$

(2) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع $\mu = 25000$.من خلال دراسة لعينة عشوائية تبيّن أن المتوسط الحسابي هو $\bar{x} = 27000$ مع انحراف معياري $S = 5000$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 2$ فإن حجم العينة : $n = 20$

ثانياً : في البنود (10- 3) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

(3) $$\lim_{x\to2^-}\left(\frac{3}{x-2}\right)^5 =$$ معلق

(a) 0 (b) 2 (c) $-\infty$ (d) ∞

(4) لتكن $y = |x|$ فإن الدالة y معلق

(a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط

(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط

(c) لها قيمة عظمى مطلقة و قيمة صغرى مطلقة

(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

(5) ليكن منحنى الدالة f : $f(x) = x^2 - 4x + 3$ فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى عندها أفقياً هي :

(a) $(3,0)$ (b) $(1,0)$ (c) $(2,-1)$ (d) $(2,1)$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : \ x \geq 2 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & : x < 2 \end{cases}$ فإن

(a) $\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = 4$ (b) $\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = 4$ (c) $\lim\limits_{x\to2} f(x)$ موجودة (d) f متصلة عند $x = 2$

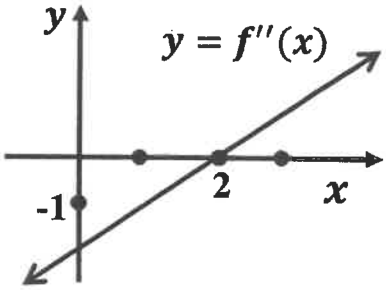
---

(7) إذا كانت g دالة متصلة عند $x = 1$ فإن الدالة المتصلة عند $x = 1$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي

(a) $\sqrt{g(x)}$ (b) $\dfrac{1}{g(x)}$ (c) $\dfrac{g(x)}{x-1}$ (d) $|g(x)|$

---

(8) إذا كانت f دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان f'' فإن منحنى f مقعراً لأسفل في الفترة



(a) $(-\infty, 2)$ (b) $(0, \infty)$ (c) $(0, 2)$ (d) $(2, \infty)$

---

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته

(a) $x = 0$ (b) $y = 0$ (c) $x = 1$ (d) $y = 1$

---

(10) إذا كانت $y = sin^{-5}x - cos^3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$ (b) $5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$

(c) $-5sin^{-6}x\, cosx + 3cos^2x\, sinx$ (d) $-5sin^{-6}x\, cosx - 3cos^2x\, sinx$

انتهت الأسئلة

دولة الكويت
وزارة التربية
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلـة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

السؤال الأول :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to0} \frac{x^2}{1-cosx}$$

الحل :

$$\lim_{x\to0} \frac{x^2}{1-cosx} = \lim_{x\to0}\left(\frac{x^2}{1-cosx}\cdot\frac{1+cosx}{1+cosx}\right)$$ 1

$$=\lim_{x\to0}\frac{x^2(1+cosx)}{1-cos^2x}$$ $\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to0}\frac{x^2}{sin^2x}\cdot(1+cosx)$$ 1

$$=\lim_{x\to0}\left(\left(\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot(1+cosx)\right)$$ $\frac{1}{2}$

$$=\lim_{x\to0}\left(\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot\lim_{x\to0}(1+cosx)$$ 1

$$=\left(\lim_{x\to0}\frac{x}{sinx}\right)^2\cdot\left(\lim_{x\to0}1+\lim_{x\to0}cosx\right)$$ $1\frac{1}{2}$

$$=(1)^2\cdot(1+1)$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$=2$$ $\frac{1}{2}$

2017-2018

(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته $2\sqrt{y}+y=x$ أوجد:

1) y'

2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

$2y^{\frac{1}{2}}+y=x$ $\frac{1}{2}$

بالاشتقاق الضمني

$2\cdot\frac{1}{2}y^{\frac{-1}{2}}y'+y'=1$ 3

$\frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}}+y'=1$ $\frac{1}{2}$

$y'(\frac{1}{\sqrt{y}}+1)=1$ $\frac{1}{2}$

$y'=\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}}+1}$ $\frac{1}{2}$

$y'=\frac{\sqrt{y}}{1+\sqrt{y}}$ 1

بالتعويض بـ (1 ، 3)

$\therefore\ y'=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$ 1

$\therefore$ ميل المماس $=\frac{1}{2}$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

الحل :

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x+1}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x\,(1 + \frac{1}{x})}$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$= \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x\,(1 + \frac{1}{x})}$$ $\frac{1}{2}$

عندما $x > 0$ يكون $|x| = x$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{x \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x\,(1 + \frac{1}{x})}$$ $\frac{1}{2}$

$$= \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} \quad : x \neq 0$$ $\frac{1}{2}$

$$\because \lim_{x\to\infty}(2 - \frac{1}{x}) = \lim_{x\to\infty} 2 - \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 2 - 0 = 2 \quad , \quad 2 > 0$$ 1

$$\therefore \lim_{x\to\infty}\sqrt{(2 - \frac{1}{x})} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \sqrt{2}$$ $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 + \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x} = 1 + 0 = 1 \quad , \quad 1 \neq 0$$ 1

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{(2 - \frac{1}{x})}}{(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{(2 - \frac{1}{x})}}{\lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right)} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني: (7 درجات)

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

بفرض أن أحد العددين x حيث $0 < x < 20$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ العدد الآخر هو $20 - x$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ حاصل ضربهما هو :

$f(x) = x\,(20 - x)$ 1

$f(x) = 20\,x - x^2$

$f'(x) = 20 - 2x$ 1

بوضع $f'(x) = 0$ $\frac{1}{2}$

$\therefore 20 - 2\,x = 0$ $\frac{1}{2}$

$x = 10$

$\therefore$ توجد نقطة حرجة عند $x = 10$

2017-2018

$f''(x) = -2$ 1

$f''(10) = -2 \,, \qquad -2 < 0$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ توجد قيمة عظمى مطلقة عند $x = 10$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ العدد الأول هو : $x = 10$ $\frac{1}{2}$

العدد الثاني هو : $20 - x = 20 - 10 = 10$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ العددان هما 10 و 10

14

(9 درجات)

السؤال الثالث:

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 1 - x^3$
ثم ارسم بيانها

الحل :

$\frac{1}{2}$ f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

1 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = \infty$

1 $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^3) = -\infty$

$\frac{1}{2}$ نوجد النقاط الحرجة حيث f دالة قابلة للاشتقاق على مجالها $\mathbb{R}$

$f'(x) = -3x^2$

$\frac{1}{2}$ نضع $f'(x) = 0$

$\therefore\ -3x^2 = 0$

$x = 0$

$f(0) = 1$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ (0,1) نقطة حرجة

2017-2018

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f'

1 $-\infty$ 0 ∞

- - -	- - -	إشارة f'
متناقصة ↘ $-\infty$	∞ متناقصة ↘	سلوك الدالة f

$\frac{1}{2}$ الدالة f متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$ وعلى الفترة $(0, \infty)$
لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

نكوّن جدول التغير لدراسة إشارة f''

$f''(x) = -6x$

1 نضع $f''(x) = 0$

$-6x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$

$f(0) = 1$

$-\infty$ 0 ∞

- - -	+ + +	إشارة f''
∩ تقعر لأسفل	∪ تقعر لأعلى	التقعر

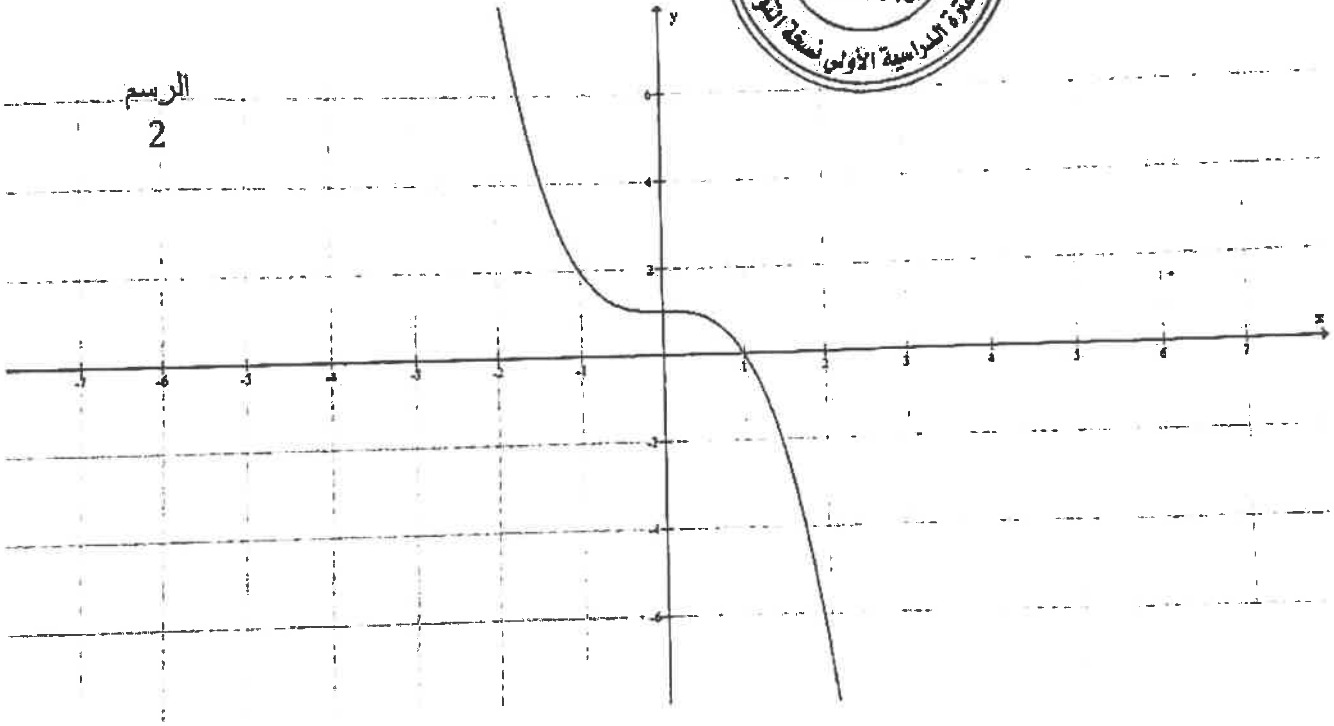
$\frac{1}{2}$ (0,1) نقطة انعطاف

نقاط اختيارية

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

الرسم
2



تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n = 25$ ، فإذا كان الانحراف المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي $(\bar{x})$ يساوي 15 ، استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

1) هامش الخطأ

2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

2017-2018

الحل :

1) $\because$ σ^2 غير معلوم ، $n \leq 30$

$\therefore$ نستخدم توزيع t

$\because n = 25$

درجات الحرية $n - 1 = 25 - 1 = 24$ — $\frac{1}{2}$

$\because$ مستوى الثقة $1 - \alpha = 0.95$

$\therefore \alpha = 0.50 \quad \rightarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 0.025$ — $\frac{1}{2}$

من جدول توزيع t

$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$ — 1

هامش الخطأ :

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$$ — 1

2) فترة الثقة :

$$(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$$

$$= (15 - 4.128 , 15 + 4.128)$$ — 2

$$= (10.872 , 19.128)$$

14

السؤال الرابع:

(a) لتكن f : $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة f على $[-2, 2]$

(7 درجات)

الحل :

بفرض أن $f(x) = \sqrt{g(x)}$: $g(x) = 4 - x^2$ — $\frac{1}{2}$

$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$ — $\frac{1}{2}$

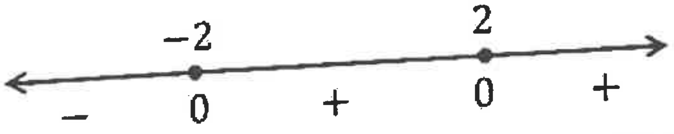
المعادلة المناظرة

$4 - x^2 \geq 0$ — $\frac{1}{2}$

$4 - x^2 = 0$ — $\frac{1}{2}$

$(2 - x)(2 + x) = 0$

$x = 2$ أو $x = -2$ — $\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$

مجال الدالة هو : $[-2,2]$ — 1

$\because\ g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2,2]$ ، — 1

g متصلة على $[-2,2]$ — 1

$\therefore$ الدالة f متصلة على $[-2,2]$ — 1

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) لتكن الدالة f :

$$f(x)=\begin{cases} x-\frac{4}{x} & : x\geq 2\\ x^2-4 & : x<2\end{cases}$$

أوجد $f'(x)$ وعيّن مجالها

الحل :

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة — وزارة التربية — 2017-2018 — الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

مجال f : $D_f=[2,\infty)\cup(-\infty,2)=\mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$$f'(x)=\begin{cases} 1+\frac{4}{x^2} & : \ x>2\\ \text{نبحث} & : \ x=2\\ 2x & : \ x<2\end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

$f(2)=2-2=0$ $\frac{1}{2}$

إن وجدت $f'_-(2)=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ $\frac{1}{2}$

$=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{x^2-4-0}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)}$ $\frac{1}{2}$

$=\lim\limits_{x\to 2^-}(x+2)=4 \quad \to \quad (1)$, $\frac{1}{2}$

إن وجدت $f'_+(2)=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ $\frac{1}{2}$

$=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x-\frac{4}{x}-0}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x(x-2)}$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x+2}{x}=2 : \ \lim\limits_{x\to 2^+}x=2\neq 0$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$\because f'_-(2)\neq f'_+(2)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore f'(2)$ غير موجودة

$$\therefore f'(x)=\begin{cases} 1+\frac{4}{x^2} & : \ x>2\\ 2x & : \ x<2\end{cases}$$ $\frac{1}{2}$

مجال f' هو $\mathbb{R}-\{2\}$ $\frac{1}{2}$

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2017-2018
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

الدرجة: .... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(4)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(6)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(8)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(10)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة: .... × 1.5 = ...

الدرجة: ....

14

دولــــة الـكـويـت
وزارة الــتـربـيــة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات　الزمن : ساعتان و 45 دقيقة　الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلــة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل:

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : **(8 درجات)**

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x)=\begin{cases}-2 & : x=1\\ x^2-3 & : 1<x<3\\ 5 & : x=3\end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان : $y = x\sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$ (7 درجات)

الحل:

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$
تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$
ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

ملغى

تابع السؤال الثالث :

($\acute{b}$) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$ ثم إرسم بيانها

(9 درجات)

الحل :

معلق

الرسم البياني

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

(8 درجات)

الحل :

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $283 = \overline{x}$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي)

(6 درجات)

الحل:

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات .

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

<u>أولا</u> : في البنود $(1-2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

(2) إذا كانت الداله f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

<u>ثانيا</u> : في البنود $(3-10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

معلق

$(a)\ \infty$

$(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$

$(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\,,b$ هما :

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$

$(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$

$(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الداله المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$

$(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\frac{1}{x-2}$

$(b)\ k(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

$(a)\ 0$

$(b)\ 1$

$(c)\ 3$

$(d)\ 4$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

(7) الدالة f : $f(x) = |x^2 - 1|$ لها :

معدل

(a) قيمة صغرى مطلقة
(b) قيمة عظمى مطلقة
(c) نقطتان حرجتان فقط
(d) . ليس أيا مما سبق

(8) إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متزايدة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

$(a)\ x = 0$
$(b)\ x = 1$
$(c)\ y = 0$
$(d)\ y = 1$

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\overline{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الإنحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي

$(a)\ -9.6$
$(b)\ 6.9$
$(c)\ 9.6$
$(d)\ -6.9$

إنتهت الأسئلة ،،،

دولـــة الـكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة عدد الصفحات 13 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$$

الحل:

$$\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x\cos 4x}{5x} \qquad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x \qquad , \qquad x \neq 0 \qquad [0.5]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) = \frac{2}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{3x\cos 4x}{5x}\right) = \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\cos 4x = \frac{3}{5}(1) = \frac{3}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5}\cos 4x\right) \qquad [0.5]$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x}\right) + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}(\cos 4x) \qquad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \qquad [0.5]$$

(تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية)

2016-2017

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\frac{\sqrt{x^2(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2})}}{x(3-\frac{5}{x})}$$ [1]

$$=\frac{|x|\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}$$ ، عندما $x<0$ يكون $|x|=-x$ [0.5]

$$=\frac{-x\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}=-\frac{\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}} \quad ,x\neq 0$$ [1]

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=3-0+0=3 \ ,3>0$$ [1.5]

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}=\sqrt{3}$$ [1]

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}=3-0=3 \quad , \quad 3\neq 0$$ [1.5]

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}}$$

$$=\frac{-\lim_{x\to\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\lim_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}=\frac{-\sqrt{3}}{3}=\frac{-1}{\sqrt{3}}$$ [1.5]

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

$f(x) = x^2 - 3 \qquad : \ x \in (1,3)$

$\forall \ c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to c} f(x) = \lim\limits_{x\to c} (x^2 - 3) = c^2 - 3$ [0.5]

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3)$ [0.5]

$\therefore$ f متصله على $(1,3)$ ....(1) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 1$ من اليمين

$f(1) = -2$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 1 - 3 = -2 = f(1)$ [0.5]

الداله f متصله عند $x = 1$ من اليمين ....(2) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 3$ من اليسار

$f(3) = 5$ [0.5]

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 9 - 3 = 6 \neq f(3)$ [0.5]

الداله f غير متصله عند $x = 3$ من اليسار ....(3) [0.5]

[1] من (1) ، (2) ، (3) f ليست متصله على $[1,3]$ و لكنها متصلة على $[1,3)$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كانت : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$

(7 درجات)

الحل:

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x\cos x \qquad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)' \qquad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x \qquad [1]$$

$$y'' + y - 2\cos x = 2\cos x - x\sin x + x\sin x - 2\cos x \qquad [1]$$

$$= 0 \qquad [0.5]$$

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى نسخة التوجيه

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية (5 درجات)

الحل :

[0.5] f دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0 , 4]$

[0.5] وقابلة للاشتقاق على $(0 , 4)$

$\boxed{0.5}$ ∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0 , 4]$ ∴ يوجد على الأقل $c \in (0 , 4)$ بحيث :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \qquad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\because f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \qquad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad , f'(c) = 3c^2 - 3 \qquad \boxed{0.5}$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \qquad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \quad \Rightarrow \quad 3c^2 = 16 \Rightarrow \quad c^2 = \frac{16}{3} \qquad [0.5]$$

$$\Rightarrow \quad c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0 , 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0 , 4) \qquad [0.5]$$

2016-2017

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$
وإرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R} = (-\infty , \infty)$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^4) = -\infty \quad , \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^4) = -\infty \qquad \boxed{0.5}$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على $\mathbb{R}$ وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 4x - 4x^3 \qquad \boxed{0.5}$$

$$f'(x) = 0 \;\Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \;\Rightarrow 4x(1 - x^2) = 0 \;\Rightarrow 4x(1 - x)(1 + x) = 0$$

$$4x = 0 \;\Rightarrow x = 0 \;\Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$$

$\therefore$ $(0,5)$ نقطة حرجة [0.5]

$$x = 1 \;\Rightarrow f(2) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$$

$\therefore$ $(1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

$$x = -1 \;\Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$$

$\therefore$ $(-1,6)$ نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة f' : [2]

∞	1	0	-1	$-\infty$
$(1 , \infty)$	$(0 , 1)$	$(-1 , 0)$	$(-\infty , -1)$	الفترات
− − −	+ + +	− − −	+ + +	إشارة f'
↘↘	↗↗	↘↘	↗↗	سلوك الدالة f

من الجدول :

f متزايدة على كلا من الفترتين $(-\infty,-1)$, $(0,1)$, f متناقصة على كلا من الفترتين $(1,\infty)$, $(-1,0)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمتها $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمتها $f(-1) = 6$

2016-2017

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 6$

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 4 - 12\,x^2$$ [0.5]

نضع $f''(x) = 0$

$$4 - 12\,x^2 = 0 \Rightarrow 12\,x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9}$$ [0.5]

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9}$$ [0.5]

$-\infty$	$\frac{-1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞
الفترات	$(-\infty, \frac{-1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$
إشارة f''	+ + +	− − −	+ + +
بيان الدالة f	مقعر لأعلى	مقعر لأسفل	مقعر لأعلى

[1.5]

من الجدول نجد أنّ :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترتين $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty\right)$, $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ،

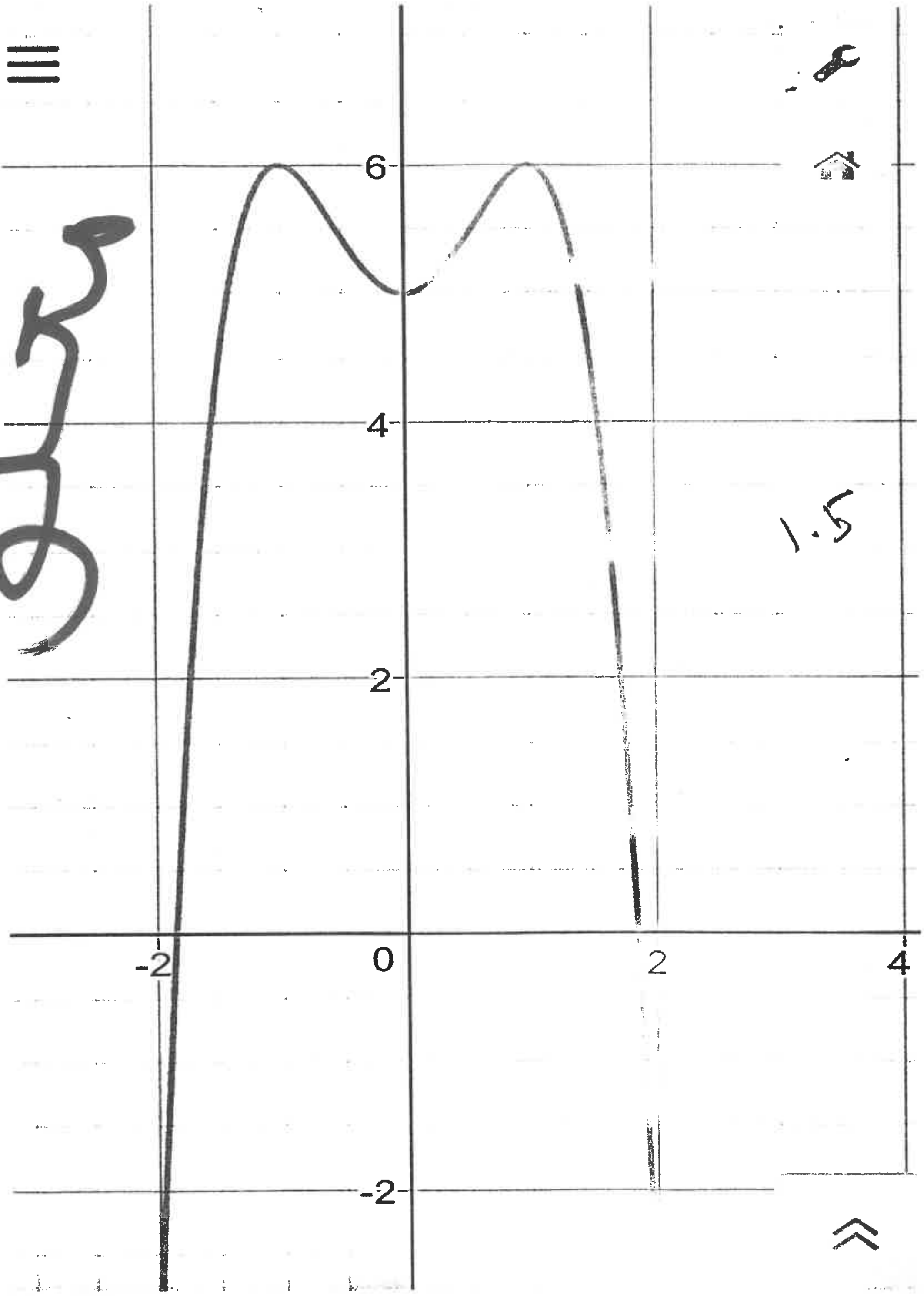
بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

النقطة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9}\right)$ نقطة انعطاف

النقطة $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9}\right)$ نقطة انعطاف

2016-2017

ورقة الرسم البياني



ملحق

1.5

2016-2017

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x) = \frac{(x+2)\cdot(3x-4)' - (x+2)'.(3x-4)}{(x+2)^2}$$

① ①

$$= \frac{(x+2)\cdot(3) - (3x-4)\cdot(1)}{(x+2)^2} \qquad [3]$$

①

$$= \frac{10}{(x+2)^2} \qquad [1]$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \qquad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a)\,(x-a) \qquad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2}\,(x-0) \qquad [0.5]$$

1 +

$$2y + 4 = 5x \qquad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$

2016-2017

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

$S = 32$ ، $n = 10$ ، $\bar{x} = 283$

① صياغة الفروض الإحصائية

$H_0 : \mu = 290$ مقابل $H_1 : \mu \neq 290$ [0.5]

② نوجد المقياس الإحصائي

$\because$ σ غير معلوم ، $n \leq 30$ [0.5]

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917 \quad [1.5]$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

③ $\because \quad n = 10$

$\therefore$ درجات الحرية :

$n - 1 = 10 - 1 = 9$ [0.5]

مستوى الثقة 95 %

$\therefore \quad 1 - \alpha = 0.95$

$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ [0.5]

من جدول توزيع t نجد :

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262$ [0.5]

④ منطقة القبول : $(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262, 2.262)$ [1]

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$\because -0.6917 \in (-2.262, 2.262)$ [0.5]

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 290$ [0.5]

2016-2017

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

<u>أولا</u> : في البنود (2 – 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

a

(1) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

a

a

(2) إذا كانت الداله f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

<u>ثانيا</u> :في البنود (10 – 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

معلق

b

$(a)\ \infty$ $\qquad$ $(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$ $\qquad$ $(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\,,b$ هما :

a

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $\qquad$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $\qquad$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الداله المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

b

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $\qquad$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\frac{1}{x-2}$ $\qquad$ $(d)\ k(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

d

$(a)\ 0$ $\qquad$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $\qquad$ $(d)\ 4$

وزارة التربية 2016-2017

(7) الدالة f : $f(x) = |x^2 - 1|$ لها :

معلق

(a) قيمة صغرى مطلقة

(b) قيمة عظمى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط

(d) ليس أيا مما سبق

(a)

(8) إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متزايدة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(c)

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ مماس رأسي معادلته :

$(a)\ x = 0$

$(b)\ x = 1$

$(c)\ y = 0$

$(d)\ y = 1$

b

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطها الحسابي $\overline{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الإنحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي

$(a)\ -9.6$

$(b)\ 6.9$

$(c)\ 9.6$

$(d)\ -6.9$

(c)

إنتهت الأسئلة ،،،

$Z = \frac{(5)6}{\sigma}$

$3.125 =$

$\sigma = \frac{30}{3.12}$

2016-2017

جدول الإجابة

(1)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(2)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)

الدرجة : .... × 1 = ...

(3)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(4)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	[✓ (d)]
(7)	[✓ (a)]	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)
(9)	(a)	[✓ (b)]	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	[✓ (c)]	(d)

الدرجة : .... × 1.5 = ...

الدرجة : ....

14

2016-2017

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10 وأكثر	0.4999									

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09

جدول التوزيع t

$\frac{\alpha}{2}$						
0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	درجات الحرية $(n-1)$
1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4
0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5
0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.500	7
0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8
0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9
0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10
0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	11
0.696	1.356	1.782	2.179	2.681	3.054	12
0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	13
0.692	1.345	1.761	2.145	2.625	2.977	14
0.691	1.341	1.753	2.132	2.602	2.947	15
0.690	1.337	1.746	2.120	2.584	2.921	16
0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	17
0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	18
0.688	1.328	1.729	2.093	2.540	2.861	19
0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	20
0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	21
0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	22
0.685	1.320	1.714	2.069	2.500	2.807	23
0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	24
0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	25
0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	26
0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	27
0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	28
0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	29
0.675	1.282	1.645	1.960	2.327	2.575	30 وأكثر